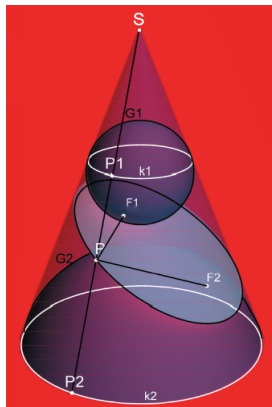


ΟΙ ΓΝΩΣΤΕΣ-ΑΓΝΩΣΤΕΣ ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ

Μιχάλης Τζούμας
Σχ. Συμβ. κλ. ΠΕ03
ν. Αιτωλοακαρνανίας

Εισαγωγή

- Ιστορία: 2.500 χρόνων (τόση, όση και του Παρθενώνα).
- Ακούγοντας “κωνικές” σκεφτόμαστε την “Αναλυτική Γεωμετρία”.
- Δε σκεφτόμαστε τη “Στερεομετρία” και γενικότερα την “Ευκλείδεια Γεωμετρία”.

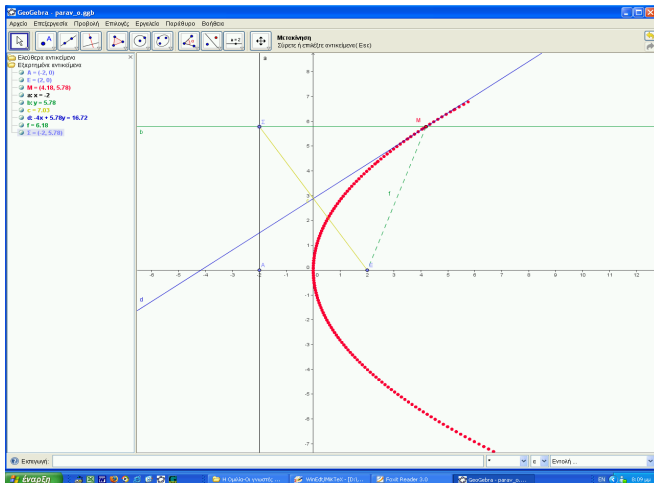


Η αφορμή

Αφορμή για την παρούσα εργασία υπήρξε η προσπάθεια κατασκευής των κωνικών με τη χρήση της σύγχρονης τεχνολογίας.

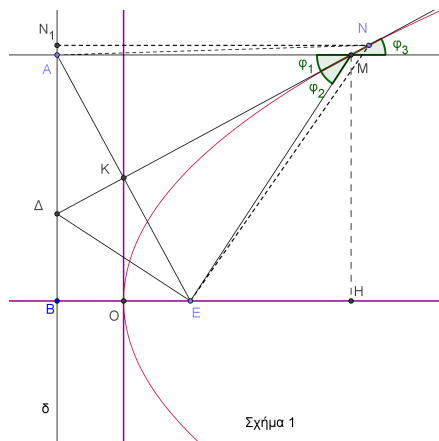
1. Η παραβολή (του βιβλίου).
2. Η παραβολή (του ορισμού).
3. Η έλλειψη.
4. Η υπερβολή.

Η Παραβολή



Σχήμα: Η Παραβολή με το Geogebra.

Η Παραβολή



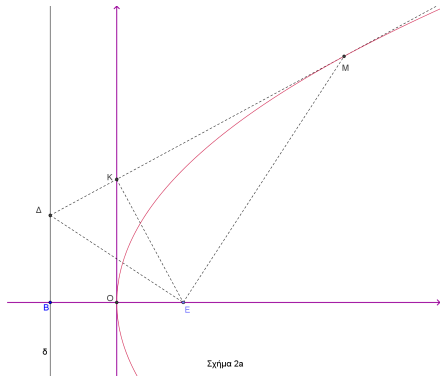
Σχήμα 1

- Η μοναδικότητα του σημείου M .
- Η εφαπτομένη και η κατασκευή της.
- Ο άξονας και η κορυφή.
- Το σημείο K .
- Η ανακλαστική ιδιότητα.

Η Παραβολή - Η Εφαρμογή 2 σελ. 98 και Άσκηση 6, σελ. 100

Έστω ότι η εφαπτομένη μιας παραβολής στο σημείο M , τέμνει τον κατακόρυφο άξονα στο K και τη διευθετούσα στο Δ . Ναδειχτεί:

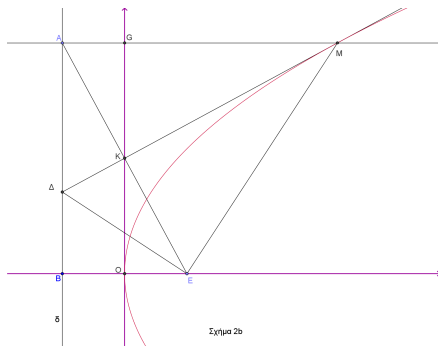
- Η EK διχοτομεί την γωνία \widehat{OEM} .
- $\widehat{\Delta EM} = 90^\circ$.
- $EK^2 = \Delta K \cdot KM$.



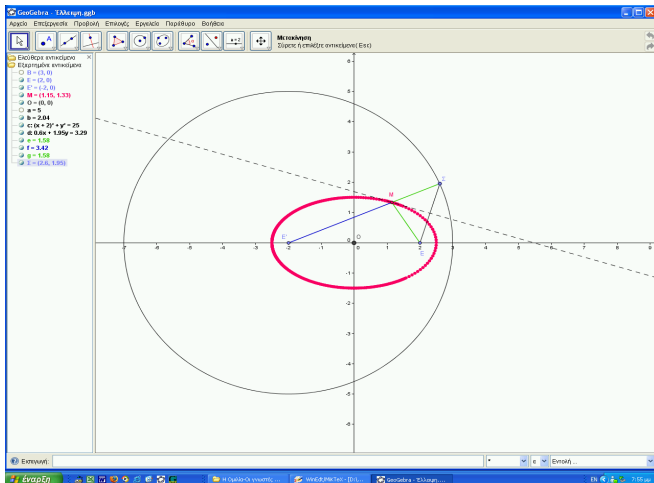
Η Παραβολή - μια εφαρμογή

Έστω ότι η εφαπτομένη παραβολής στο σημείο M , που τέμνει τον κατακόρυφο άξονα στο K και τη διευθετούσα στο Δ . Ναδειχτεί:

- Η EK διχοτομεί την γωνία \widehat{OEM} .
- $\widehat{\Delta EM} = 90^\circ$.
- $EK^2 = \Delta K \cdot KM$.

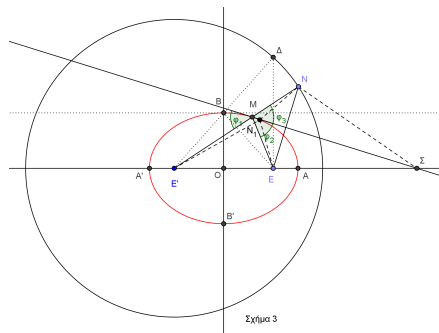


Η Έλλειψη



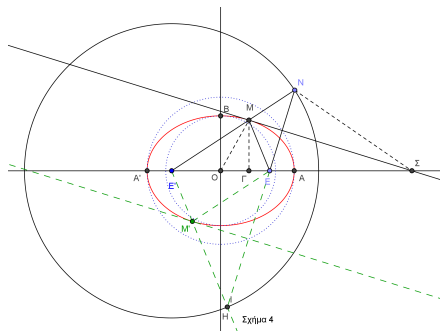
Σχήμα: Η Έλλειψη με το GeoGebra.

Η Έλλειψη



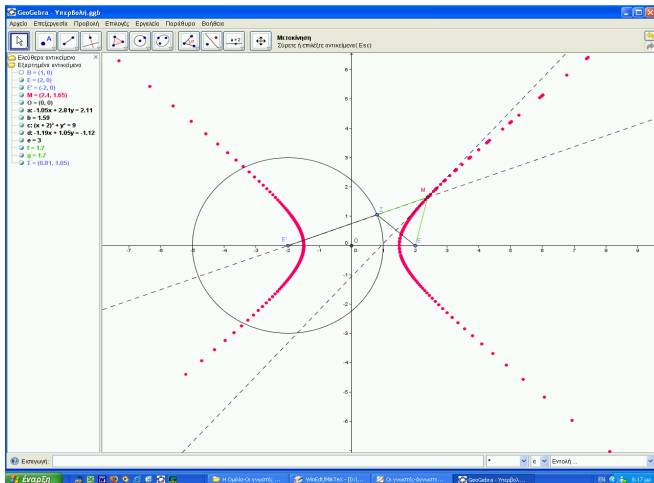
- Η μοναδικότητα του σημείου M.
- Η εφαπτομένη και η κατασκευή της.
- Ο άξονας και η κορυφή.
- Ισχύει: $\alpha^2 - \gamma^2 = \beta^2$.
- Η ανακλαστική ιδιότητα.

Η Έλλειψη



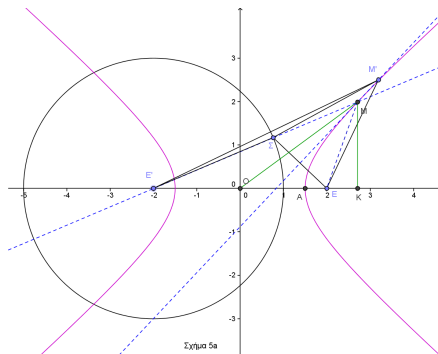
- Το κέντρο συμμετρίας και ο κατακόρυφος άξονας.
- Η έλλειψη ανήκει στο δακτύλιο των κύκλων (O, α) και (O, β) . Πράγματι με M σημείο του πρώτου τεταρτημορίου, θέτω $ME = x$, και $ME' = 2\alpha - x$, οπότε από το Θεώρημα των διαμέσων $(MO^2 = ME^2 + ME'^2 - \frac{EE'^2}{2})$ έχω $OM^2 = x^2 - 2\alpha x + 2\alpha^2 - \gamma^2 \dots$
- Ενδιαφέρον παρουσιάζει η απόδειξη του $\alpha - \gamma \leq x \leq \alpha$.

Η Υπερβολή



Σχήμα: Η Υπερβολή με το Geogebra.

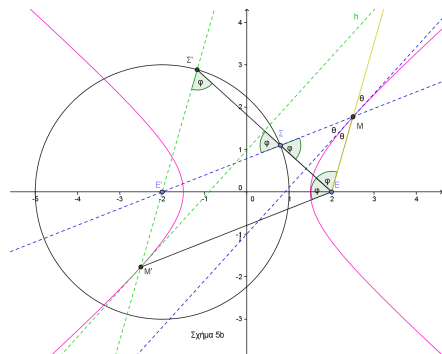
Η Υπερβολή



- Η μοναδικότητα του σημείου M.
- Η εφαπτομένη και η κατασκευή της.
- Τα σημεία της υπερβολής βρίσκονται δεξιά της κάθετης στο A.

Πράγματι από το δεύτερο Θεώρημα των διαμέσων ($ME'^2 - ME^2 = 2EE' \cdot OK$) με λίγες πράξεις έχω $\alpha^2 + \alpha \cdot EM = \gamma \cdot OK$ (1). Όμως ισχύει $EE' \leq E'M + ME$ ή $\alpha + EM \geq \gamma$ (2). Συνδυάζοντας τις δυο τελευταίες παίρνουμε $OK > \alpha$.

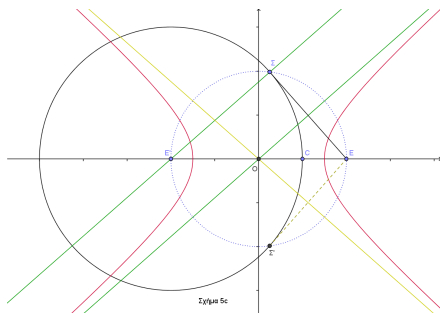
Η Υπερβολή



- Το κέντρο συμμετρίας και ο κατακόρυφος άξονας.
- Η ανακλαστική ιδιότητα.

Η Υπερβολή

Κατασκευή των ασύμπτωτων.



Ευχαριστώ πολύ για την προσοχή σας!!!