

Κωνικές τομές: καθορισμός των συνόρων σε υγρές περιοχές

Μιχάλης Τζούμας

Δημήτρης Θεοδωράκης
Σπύρος Στίγκας

Οι κωνικές τομές

- εμφανίζονται περί το 350 π.χ.
- η πατρότητα αυτών αποδίδεται στον Μέναιχμο (το Δήλιο πρόβλημα).
- Άλλοι που ασχολήθηκαν: Αρίσταιος, ο Ευκλείδης και ο Αρχιμήδης.
- Ιδιαίτερα ο Απολλώνιος ο Περγαίος με το αριστούργημά του «κωνικά»

Το 17ο αιώνα η Γεωμετρία αλγεβροποιείται

- Pierre de Fermat και Rene Descartes
- οι σημερινοί ορισμοί: Marquis De L' Hospital .
- Germinal Pierre Dandelin

Οι εφαρμογές των κωνικών τομών εκτείνονται, εκτός από τα Μαθηματικά,

- στη Μηχανική
- στην Αστρονομία και
- σε όλους του χώρους των άλλων επιστημών.
- ΕΔΩ στην Γεωγραφία, καθορίζοντας τα χωρικά ύδατα των χωρών.

Αντιστοιχίσεις: 1

- τη βραχονησίδα σε ένα σημείο
- το νησί σε έναν κύκλο
- την ακτή σε μια ευθεία και
- την χερσόνησο ή τον κόλπο σε ένα τόξο.

Αντιστοιχίσεις: 1

- τη βραχονησίδα σε ένα σημείο
- το νησί σε έναν κύκλο
- την ακτή σε μια ευθεία και
- την χερσόνησο ή τον κόλπο σε ένα τόξο.

Ορισμός: 1

Αιγιαλίτιδα ζώνη: είναι η ζώνη θάλασσας η παρακείμενη στην ακτή, πέρα από την ξηρά και τα εσωτερικά χωρικά ύδατα, πάνω στην οποία το κράτος ασκεί πλήρη κυριαρχία. Η κυριαρχία αυτή εκτείνεται στον εναέριο χώρο πάνω από την Αιγιαλίτιδα Ζώνη, στο βυθό και στο υπέδαφος.

Ορισμός: 2

Το σύνορο: Λέμε ότι ένα σημείο ανήκει στα θαλάσσια σύνορα μιας χώρας, αν απέχει 12 ν.μ. από την ξηρά ή απέχει λιγότερο από 12 ν.μ. από την ξηρά και εξίσου από το πλησιέστερο σημείο άλλων χωρών

Ορισμός: 2

Το σύνορο: Λέμε ότι ένα σημείο ανήκει στα θαλάσσια σύνορα μιας χώρας, αν απέχει 12 ν.μ. από την ξηρά ή απέχει λιγότερο από 12 ν.μ. από την ξηρά και εξίσου από το πλησιέστερο σημείο άλλων χωρών

Ορισμός: 3

Απόσταση: δύο σημειοσυνόλων λέγεται το ευθύγραμμο τμήμα, του οποίου το ένα άκρο είναι στο ένα σύνολο και το άλλο στο άλλο σύνολο και έχει το ελάχιστο μήκος.

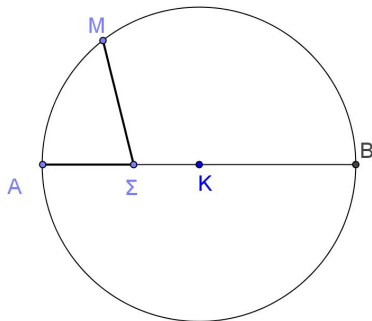
- 1: Τα σημεία της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχουν από τα άκρα του.

- 1: Τα σημεία της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχουν από τα άκρα του.
- 2: Αν από ένα σημείο εκτός ευθείας φέρουμε το κάθετο τμήμα και δύο πλάγια ευθύγραμμα τμήματα σ' αυτό τότε: Το κάθετο τμήμα είναι μικρότερο από κάθε πλάγιο και από τα πλάγια μικρότερο είναι εκείνο που το ίχνος του απέχει λιγότερο από το ίχνος του καθέτου.

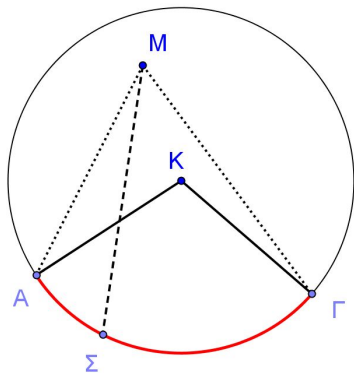
- 1: Τα σημεία της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχουν από τα άκρα του.
- 2: Αν από ένα σημείο εκτός ευθείας φέρουμε το κάθετο τμήμα και δύο πλάγια ευθύγραμμα τμήματα σ' αυτό τότε: Το κάθετο τμήμα είναι μικρότερο από κάθε πλάγιο και από τα πλάγια μικρότερο είναι εκείνο που το ίχνος του απέχει λιγότερο από το ίχνος του καθέτου.
- 3: Τα σημεία της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχουν από τις πλευρές της.

- 4: Τα σημεία της μεσοπαράλληλης δυο παράλληλων ευθειών απέχουν εξ ίσου από αυτές.

- 4: Τα σημεία της μεσοπαράλληλης δυο παράλληλων ευθειών απέχουν εξ ίσου από αυτές.
- 5: Θεωρούμε τον κύκλο (K, ρ) και τη διάμετρο αυτού AB . Για κάθε σημείο M του κύκλου και κάθε σημείο Σ επί της KA , ισχύει: $\Sigma A \leq \Sigma M \leq \Sigma B$.



- 6: Θεωρούμε τον κύκλο (K, ρ) , το τόξο AB και έστω Σ εσωτερικό σημείο του τόξου AB . Για το σημείο M του κύκλου, που δεν ανήκει στην επίκεντρη γωνία AKB , ισχύει,
 $M\Sigma > \min\{MA, MB\}$

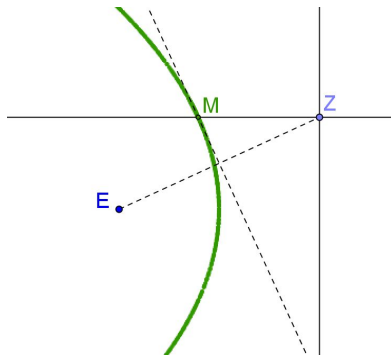


Καθορισμός συνόρων

Εκτός από τις προφανείς περιπτώσεις

Θεώρημα 1

Τα θαλάσσια σύνορα μεταξύ
α) μιας ακτής - ευθείας και
μιας βραχονησίδας (σημείο) ή
β) μιας ακτής - ευθείας και
ενός νησιού ανήκουν σε μία
παραβολή.

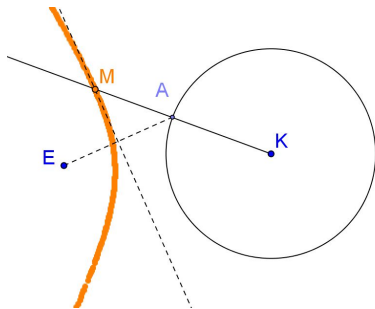


$$EM = ZM$$

Καθορισμός συνόρων

Θεώρημα 2

Τα θαλάσσια σύνορα ανάμεσα σε μία βραχονησίδα (σημείο) και ένα νησί ή χερσόνησο (κύκλος ή τμήμα κύκλου) ανήκουν σε μία υπερβολή

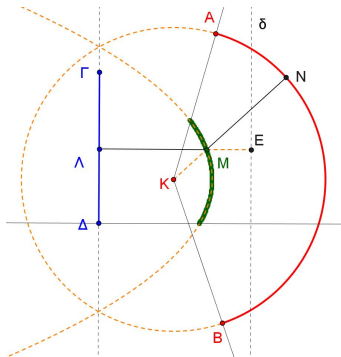


$$MK - ME = MK - MA = R$$

Καθορισμός συνόρων

Θεώρημα 3

Το θαλάσσια σύνορα ανάμεσα σε μία ακτή (ευθεία) και σε ένα κόλπο (τόξο κύκλου) ανήκουν σε μία παραβολή.

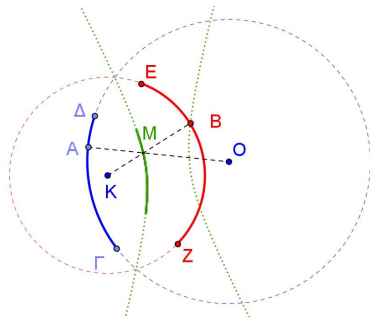


$$\begin{aligned}
 E\Lambda = KN &\Leftrightarrow (E\Lambda - M\Lambda) = \\
 &(KM - MN) \Leftrightarrow ME = KM
 \end{aligned}$$

Καθορισμός συνόρων

Θεώρημα 4

Τα θαλάσσια σύνορα ανάμεσα σε δύο κόλπους (τόξα κύκλων) ανήκουν σε μία υπερβολή.



$$MO - MK =$$

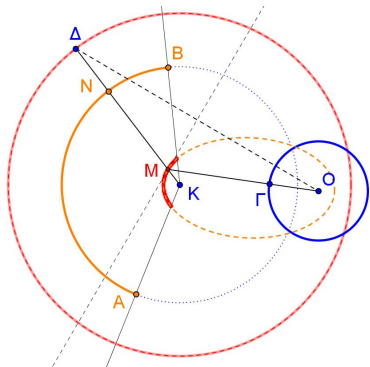
$$(MO + MA) - (MK + MB) = R - r$$

Καθορισμός συνόρων

Θεώρημα 5

Τα θαλάσσια σύνορα ανάμεσα σε

- α) έναν κόλπο και ένα νησί (ή μια χερσόνησο) ή
- β) έναν κόλπο και μια βραχονησίδα, ανήκουν σε έλλειψη.



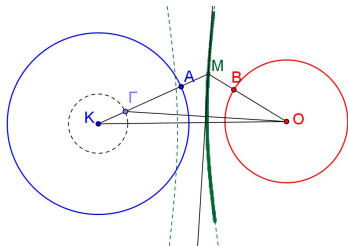
$$K\Delta = R + r$$

$$KM + MO = KM + M\Delta = R + r$$

Καθορισμός συνόρων

Θεώρημα 6

Τα θαλάσσια σύνορα ανάμεσα σε δύο νησιά (2 κύκλοι) ανήκουν σε μία υπερβολή



$$MK - MO = (MK - MA) - (MO - MB) = KA - OB = R - r$$

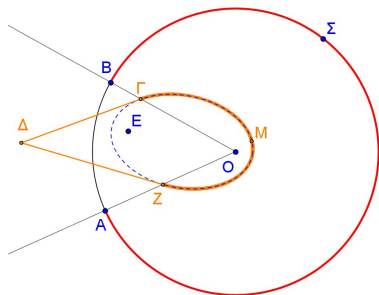
Πρόβλημα 1:

Παράδειγμα: 1

Να βρεθούν τα σύνορα δυο χωρών, που στη μία ανήκει μια βραχονησίδα και στην άλλη ένας κόλπος.

1η περίπτωση:

Η βραχονησίδα E βρίσκεται στο εσωτερικό του κύκλου που ανήκει ο κόλπος



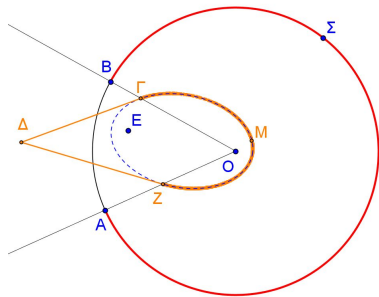
Πρόβλημα 1:

Παράδειγμα: 2

Να βρεθούν τα σύνορα δυο χωρών, που στη μία ανήκει μια βραχονησίδα και στην άλλη ένας κόλπος.

2η περίπτωση: Η βραχονησίδα βρίσκεται στο κέντρο του κύκλου. Εδώ το τμήμα της έλλειψης εκφυλίζεται σε τμήμα κύκλου, ομόκεντρο με αυτόν που ανήκει ο κόλπος.

3η περίπτωση: Η βραχονησίδα βρίσκεται επί της περιφέρειας του κύκλου. Τώρα το τμήμα της έλλειψης εκφυλίζεται σε σημείο, το κέντρο του κύκλου.



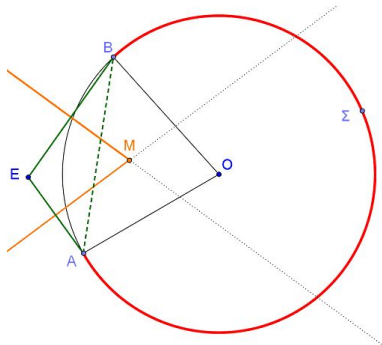
Πρόβλημα 1:

Παράδειγμα: 3

Να βρεθούν τα σύνορα δυο χωρών, που στη μία ανήκει μια βραχονησίδα και στην άλλη ένας κόλπος.

4η περίπτωση:

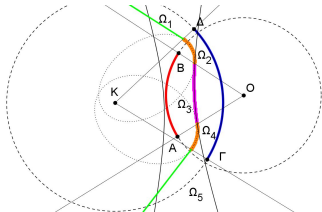
Η βραχονησίδα βρίσκεται εκτός του κύκλου.



Πρόβλημα 2:

Παράδειγμα: 4

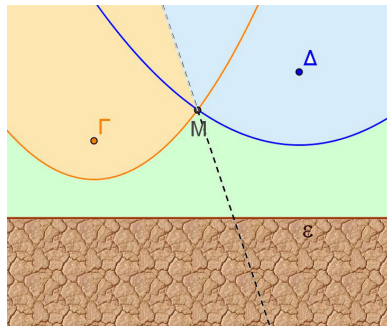
Να βρεθούν τα σύνορα δύο χωρών, ανάμεσα σε δύο κόλπους, που ο ένας ανήκει στη μία χώρα και ο άλλος στην άλλη.



Το τριεθνές

Παράδειγμα 2.1

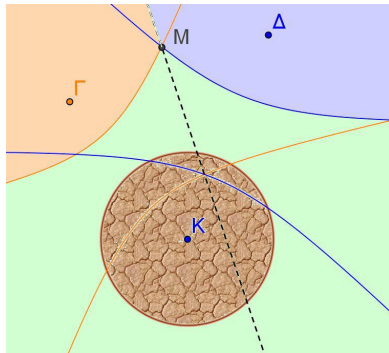
4) Δυο βραχονησίδες και μια ακτή, δηλαδή δυο σημεία και μια ευθεία.



Το τριεθνές

Παράδειγμα 2.2

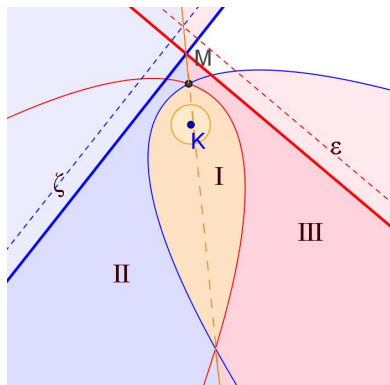
5) Δυο βραχονησίδες και ένα νησί, δηλαδή δυο σημεία και έναν κύκλο.



Το τριεθνές

Παράδειγμα 2.3

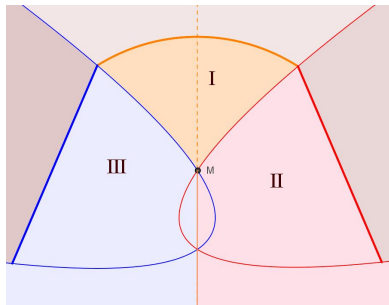
7) Δυο ακτές και ένα νησί, δηλαδή δυο ευθείες και έναν κύκλο.



Το τριεθνές

Παράδειγμα 2.4

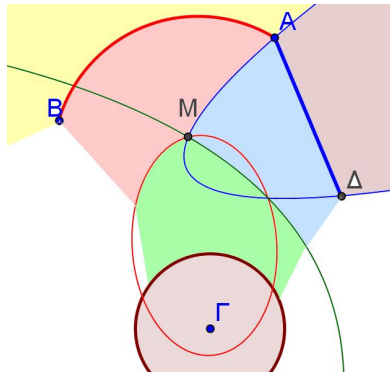
Κόλπος, ακτή, ακτή.



Το τριεθνές

Παράδειγμα 2.5

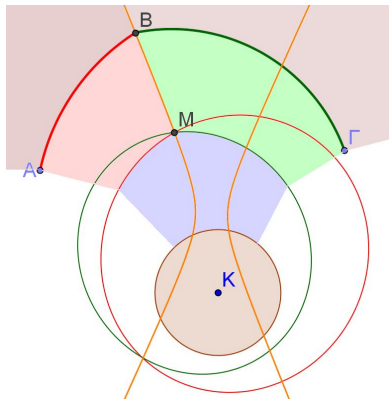
Κόλπος, ακτή, νησί.



Το τριεθνές

Παράδειγμα 2.6

Κόλπος, κόλπος, νησί



- 1) Τρεις βραχονησίδες, δηλαδή τρία σημεία.
- 2) Τρεις ακτές, δηλαδή τρεις ευθείες.
- 3) Τρία νησιά, δηλαδή τρεις κύκλους.
- 4) Δυο βραχονησίδες και μια ακτή, δηλαδή δυο σημεία και μια ευθεία.
- 5) Δυο βραχονησίδες και ένα νησί, δηλαδή δυο σημεία και έναν κύκλο.
- 6) Δυο ακτές και μια βραχονησίδα, δηλαδή δυο ευθείες και ένα σημείο.
- 7) Δυο ακτές και ένα νησί, δηλαδή δυο ευθείες και έναν κύκλο.
- 8) Δυο νησιά και μια βραχονησίδα, δηλαδή δυο κύκλους και ένα σημείο.
- 9) Δυο νησιά και μια ακτή, δηλαδή δυο κύκλους και μια ευθεία.
- 10) Μια ακτή, ένα νησί και μια βραχονησίδα, δηλαδή μια ευθεία, έναν κύκλο και ένα σημείο.